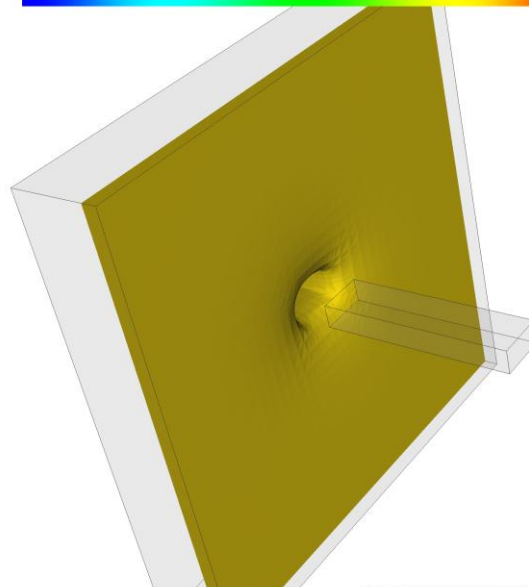
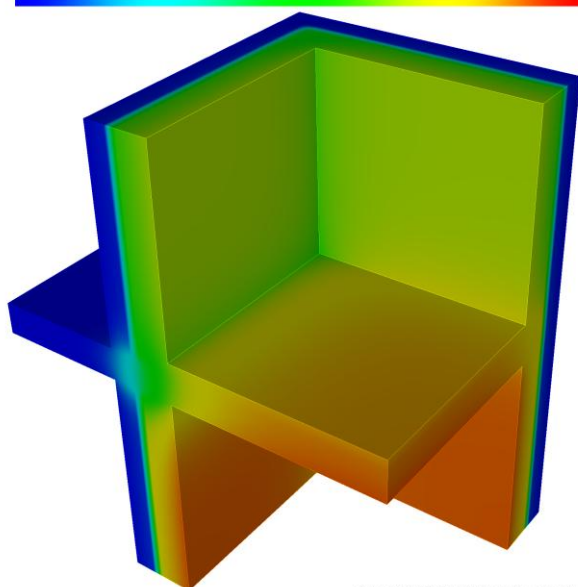
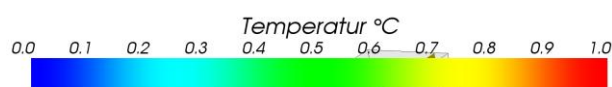
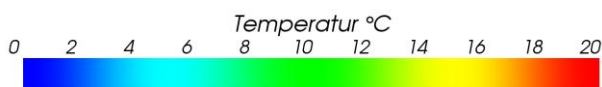
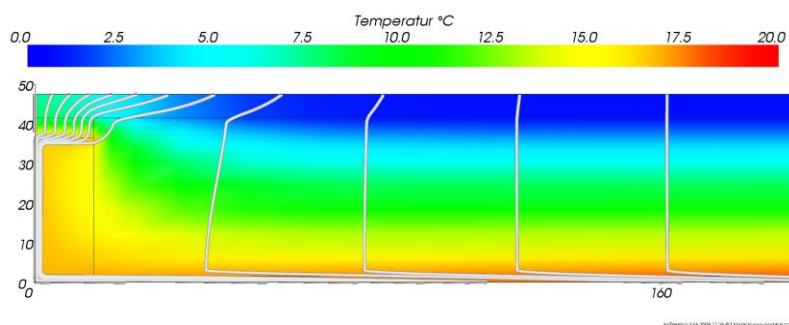
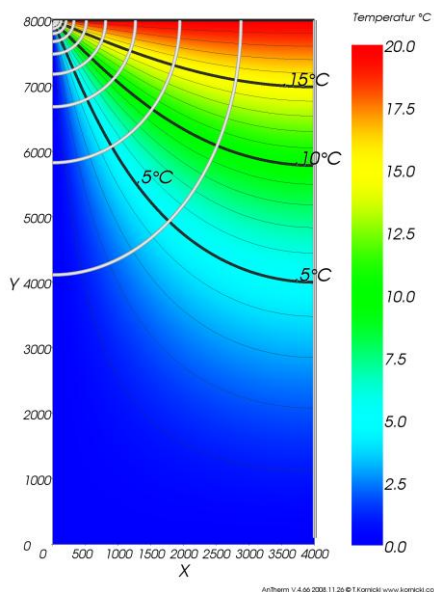


# AnTherm

Programmpaket zu Analyse des Thermischen Verhaltens von  
Baukonstruktionen mit Wärmebrücken

zwei- und dreidimensionales, stationäres Präzisionsverfahren  
(„Klasse A – Verfahren“)

## Validierung des Programmpakets gemäß Europeanorm EN ISO 10211:2007



**Die Version 4.66 des Programmpakets AnTherm entspricht allen Anforderungen, die gemäß EN ISO 10211:2007 an ein Rechenprogramm zu stellen sind, um als**

**zwei- und dreidimensionales, stationäres Präzisionsverfahren  
(„Klasse A – Verfahren“)**

**eingestuft werden zu können.**

**Anmerkung:** Auch alle Vorgängerversionen des Programms AnTherm - einschließlich der Erstversion 1.0.5 - erfüllen die gestellten Anforderungen. Dies wurde in früheren Validierungen bereits belegt.

6. Dezember 2008

  
Tomasz Kornicki

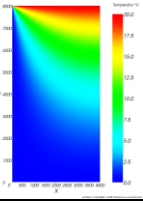

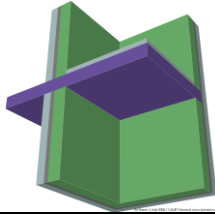
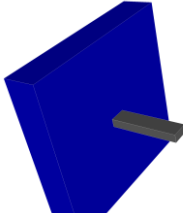
In der EN ISO 10211:2007 "Wärmebrücken im Hochbau - Wärmeströme und Oberflächentemperaturen - Detaillierte Berechnungen" ist in Anhang A das Validierungsverfahren angegeben, dem ein "Wärmebrücken-Programm" genügen muss, um als "genaues Verfahren" eingestuft werden zu können.

Programmpaket AnTherm genügt in der vorliegenden Version 4.66 allen in der EN ISO 10211:2007 im genannten Zusammenhang aufgeführten Anforderungen an ein "genaues Verfahren" und ist daher als "dreidimensionales, stationäres Präzisionsverfahren" („Klasse A“) einzustufen.

Im Folgenden werden die mit Programmpaket AnTherm errechneten Ergebnisse für die vier im Anhang A.1 der EN ISO 10211 aufgeführten Prüfreferenzfälle präsentiert und den in der EN ISO 10211 angeführten Ergebnissen gegenübergestellt.

Bei Bedarf kann die Detaildokumentation in Form der von Programmpaket AnTherm erstellten Berichte und Graphiken sowie des Quellcodes der AnTherm-Projektdateien im Anhang nachgelesen werden.

## Zusammenfassung der Prüfergebnisse der Validierung nach EN ISO 10211:2007

	EN 10211 (soll)	AnTherm (ist)	
	<b>Prüferferenzfall 1, zweidimensional, analytisch</b>		
	Temperaturabweichung	< 0.10 K	≤ 0.05 K
	Leitwertänderung bei Zellenzahlverdoppelung	< 1.0 %	≤ 0.3 %
	Leitwertbezogener Schließfehler <sup>1</sup>	< 10 <sup>-4</sup>	< 10 <sup>-8</sup>
	<b>Prüferferenzfall 2, zweidimensional</b>		
	Temperaturabweichung	< 0.10 K	≤ 0.04 K
	Wärmestromabweichung	< 0.10 W	≤ 0.05 W
	Leitwertänderung bei Zellenzahlverdoppelung	< 1.0 %	≤ 0.1 %
	<b>Prüferferenzfall 3, dreidimensional</b>		
	Temperaturabweichung	< 0.10 K	≤ 0.00 K
	Wärmestromabweichung	< 1.00 %	≤ 0.14 %
	Leitwertänderung bei Zellenzahlverdoppelung	< 1.00 %	≤ 0.06 %
	<b>Prüferferenzfall 4, dreidimensional</b>		
	Temperaturabweichung	< 0.005 K	≤ 0.003 K
	Wärmestromabweichung	< 1.00 %	≤ 0.43 %
	Leitwertänderung bei Zellenzahlverdoppelung	< 1.0 %	≤ 0.1 %
	Leitwertbezogener Schließfehler <sup>1</sup>	< 10 <sup>-4</sup>	< 10 <sup>-9</sup>

### Gesamtprüfergebnis:

Unter Beachtung der durch die Rundungen bedingten Unsicherheiten besteht **vollständige Übereinstimmung** zwischen den von Programm AnTherm errechneten und den für alle Prüferferenzfälle der EN ISO 10211:2007 vorgegebenen Werten.

### Conclusio:

Das Programmpaket AnTherm entspricht allen Anforderungen, die gemäß EN ISO 10211:2007 an ein Rechenprogramm zu stellen sind um dieses als zwei- und dreidimensionales, stationäres, "genaues" Berechnungsverfahren einstufen zu können.

<sup>1</sup> Leitwertbezogener Schließfehler: Die über alle Bauteiloberflächen gebildete Summe der in den Bauteil eindringenden (positiven) und aus dem Bauteil austretenden (negativen) Wärmeströme, dividiert durch den gesamten, durch den Bauteil fließenden Wärmestrom

## Prüfreferenzfälle

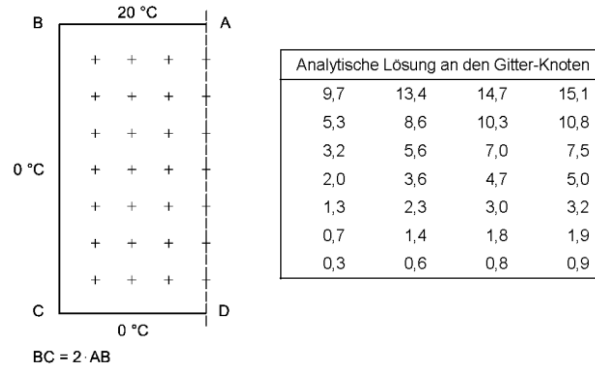
### Detailbeschreibung und Ergebnisvergleich

## Prüferferenzfall 1

### Spezifische Kriterien der EN ISO 10211:2007:

Der Wärmedurchgang durch eine halbe quadratische Stütze mit bekannten Oberflächentemperaturen kann analytisch berechnet werden. Die analytische Lösung in 28 Punkten auf einem äquidistanten Raster ist im selben Bild angegeben.

Die Differenz zwischen den nach dem zu validierenden Verfahren berechneten und den aufgelisteten Temperaturen darf 0,1 K nicht überschreiten.

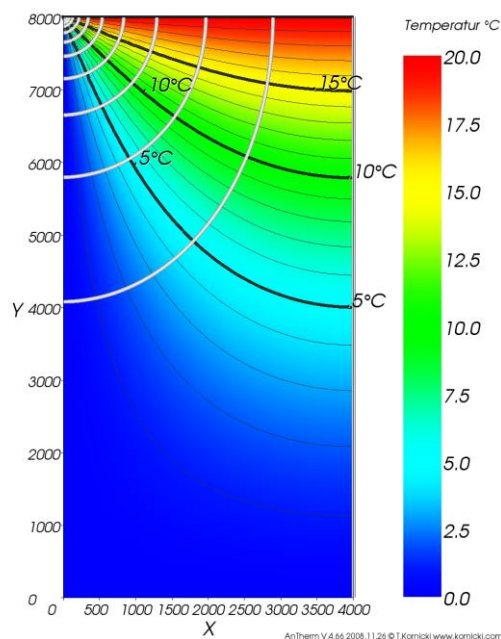


### Allgemeine Kriterien der EN ISO 10211:2007:

- Die prozentuelle Abweichung der berechneten Wärmeströme aus der durchgeführten Berechnung und einer weiteren Berechnung mit doppelter Zellenanzahl muss kleiner als 1% sein.
- Die über alle Bauteiloberflächen gebildete Summe der in den Bauteil eindringenden (positiven) und aus dem Bauteil austretenden (negativen) Wärmeströme, dividiert durch den gesamten, durch den Bauteil fließenden Wärmestrom muss kleiner als 0,0001 sein. Diese Größe wird im Folgenden „Leitwertbezogener Schließfehler“ genannt.

### Ergebnisse des Programmpakets AnTherm:

In folgender Abbildung ist die berechnete Temperaturverteilung mittels eines Falschfarbenbilds dargestellt. Zudem sind Isothermen und Wärmestromlinien eingezeichnet:



**Abb. 1** Falschfarbenbild der berechneten Temperaturverteilung im Säulen-Querschnitt. Die Isothermen sind im Intervall zwischen 1 °C und 19 °C im Abstand von 1,0 K eingezeichnet. Der Wärmestrom durch den Bauteil wird durch die Stromlinien in 20 Intervalle geteilt; zwischen jeweils 2 benachbarten Stromlinien fließt ein längenbezogener Wärmestrom von 5,8 W/m.

In der nachfolgenden Tabelle sind neben den für den Prüferferenzfall angegebenen Vergleichswerten der Temperaturen an ausgewählten Punkten die Ergebniswerte und deren Abweichung von der Vorgabe für mehrere Durchrechnungen mit unterschiedlich feiner Diskretisierung aufgelistet:

Propepunkt		EN10211	Zellenzahl (Zahl der Bilanzgleichungen)								
x [mm]	y [mm]		400		900		1800		3600		
		T [°C]	T [°C]	dT	T [°C]	dT	T [°C]	dT	T [°C]	dT	
1000	7000	9.7	9.66	0.04	9.66	0.04	9.66	0.04	9.66	0.04	
2000	7000	13.4	13.33	0.07	13.36	0.04	13.37	0.03	13.38	0.02	
3000	7000	14.7	14.69	0.01	14.72	0.02	14.73	0.03	14.73	0.03	
4000	7000	15.1	15.06	0.04	15.08	0.02	15.08	0.02	15.08	0.02	
1000	6000	5.3	5.29	0.01	5.27	0.03	5.26	0.04	5.25	0.05	
2000	6000	8.6	8.64	0.04	8.64	0.04	8.64	0.04	8.64	0.04	
3000	6000	10.3	10.29	0.01	10.31	0.01	10.32	0.02	10.31	0.01	
4000	6000	10.8	10.78	0.02	10.80	0.00	10.81	0.01	10.81	0.01	
1000	5000	3.2	3.21	0.01	3.20	0.00	3.19	0.01	3.19	0.01	
2000	5000	5.6	5.62	0.02	5.61	0.01	5.61	0.01	5.61	0.01	
3000	5000	7.0	7.01	0.01	7.01	0.01	7.01	0.01	7.01	0.01	
4000	5000	7.5	7.45	0.05	7.46	0.04	7.46	0.04	7.46	0.04	
1000	4000	2.0	2.03	0.03	2.02	0.02	2.02	0.02	2.01	0.01	
2000	4000	3.6	3.65	0.05	3.64	0.04	3.64	0.04	3.64	0.04	
3000	4000	4.7	4.66	0.04	4.66	0.04	4.66	0.04	4.66	0.04	
4000	4000	5.0	5.00	0.00	5.00	0.00	5.00	0.00	5.00	0.00	
1000	3000	1.3	1.27	0.03	1.27	0.03	1.26	0.04	1.26	0.04	
2000	3000	2.3	2.32	0.02	2.31	0.01	2.31	0.01	2.31	0.01	
3000	3000	3.0	2.99	0.01	2.99	0.01	2.99	0.01	2.99	0.01	
4000	3000	3.2	3.22	0.02	3.22	0.02	3.22	0.02	3.22	0.02	
1000	2000	0.7	0.74	0.04	0.74	0.04	0.74	0.04	0.74	0.04	
2000	2000	1.4	1.36	0.04	1.36	0.04	1.36	0.04	1.36	0.04	
3000	2000	1.8	1.77	0.03	1.77	0.03	1.77	0.03	1.77	0.03	
4000	2000	1.9	1.91	0.01	1.91	0.01	1.91	0.01	1.91	0.01	
1000	1000	0.3	0.34	0.04	0.34	0.04	0.34	0.04	0.34	0.04	
2000	1000	0.6	0.63	0.03	0.63	0.03	0.63	0.03	0.63	0.03	
3000	1000	0.8	0.82	0.02	0.82	0.02	0.82	0.02	0.82	0.02	
4000	1000	0.9	0.89	0.01	0.89	0.01	0.89	0.01	0.89	0.01	
				<b>Max dT</b>	<b>0.07</b>		<b>0.04</b>		<b>0.04</b>		<b>0.05</b>
				✓	<0.10	✓	<0.10	✓	<0.10	✓	<0.10

**Tab. 1** Vergleich der von Programmpaket Antherm errechneten Ergebnisse mit den in der EN ISO 10211:2007 angegeben, analytisch errechneten Werten.

In allen Punkten ist die Abweichung zwischen dem von der EN ISO 10211:2007 vorgegebenen Soll-Wert und dem von AnTherm berechneten Wert weit kleiner als 0,1K.  
Die Anforderungen der EN ISO 10211:2007 sind somit sehr gut erfüllt

Die Information zur Fehlerabschätzung nach den allgemeinen Kriterien der EN ISO 10211:2007 ist in folgender Tabelle zusammengestellt:

	EN10211	Zellenzahl (Zahl der Bilanzgleichungen)			
		450	900	1800	3600
Leitwert [W/mK]		5.737411	5.759509	5.778737	5.796848
dL			0.022098	0.019228	0.018111
dL %	<1%		0.4%	0.3%	0.3%
Leitwertbezogener Schließfehler	<0.0001	2.47E-12	2.99E-12	2.78E-11	2.44E-11

**Tab. 2** Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 durch den Vergleich der Wärmeströme aus mehreren Durchrechnungen mit jeweils doppelter Zellenzahl.

Die Wärmeströme aus den Rechnungen mit jeweils doppelter Zellenzahl weichen voneinander deutlich weniger als der vorgegebene Grenzwert von 1% ab.

In allen Fällen liegt der Leitwertbezogene Schließfehler weit unterhalb der in der EN ISO 10211:2007 festgesetzten Grenze von 0.0001.

#### Conclusio:

Unter Beachtung der durch die Rundungen bedingten Unsicherheiten besteht **vollständige Übereinstimmung** zwischen den von Programm AnTherm numerisch errechneten und den auf analytischem Wege ermittelten Werten

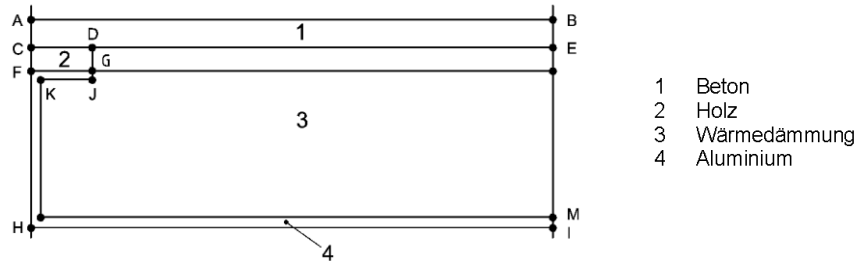
#### Zusätzliche Anmerkungen:

- Der zweidimensionalen Berechnung der Temperaturverteilung innerhalb einer "halben quadratischen Stütze" wurden in der Berechnung mit Programmpaket AnTherm die Maße 4.0 m x 8.0 m zugrunde gelegt.
- Die Wärmeleitfähigkeit des Säulen-Materials wurde mit 1.0 W/mK angesetzt.
- Im Prüferferenzfall 1 werden Oberflächentemperaturen als Randbedingungen vorgegeben. Für das Programmpaket AnTherm bedeutet dies, dass der Wärmeübergangswiderstand an den Oberflächen auf null zu setzen ist. Da in der vorliegenden AnTherm-Version mit endlich großen Wärmeübergangskoeffizienten gearbeitet wird wurden diese sehr hoch (auf  $10^{10}$  W/m<sup>2</sup>K) angesetzt. Der verbleibende Widerstand von  $10^{-10}$  m<sup>2</sup>K/W ist im Rahmen der zu erreichenden Genauigkeit tolerierbar.
- Die errechnete Temperaturverteilung im Säulen-Querschnitt wurde mittels der von Programmpaket AnTherm gebotenen Möglichkeit, die Temperaturen an diskreten Punkten der Baukonstruktion auswerten zu lassen (Untermenü „Probepunkte“; Ansicht → Evaluierung & Berichte → Probepunkte) für einen Raster von 1.0 m x 1.0 m ausgewertet. Der erzeugte Programmausdruck mit den berechneten Temperaturen in den von der Norm vorgegebenen Rasterpunkten ist im Anhang dargestellt.
- Zwecks Überprüfung der Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 12.2.5 bzw. A.2 wurden mehrere Berechnungen mit unterschiedlicher Zellenzahl durchgeführt und die Ergebnisse gegenübergestellt.

## Prüferferenzfall 2

### Spezifische Kriterien der EN ISO 10211:2007:

Das Beispiel für die zweidimensionale Berechnung des Wärmedurchgangs durch einen Bauteil ist wie folgt angegeben:



Maße mm	Wärmeleitfähigkeit W/(m · K)	Randbedingungen
AB = 500	1: 1,15	AB: 0 °C mit $R_{se} = 0,06 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$
AC = 6	2: 0,12	HI: 20 °C mit $R_{si} = 0,11 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$
CD = 15	3: 0,029	
CF = 5	4: 230	
EM = 40		
GJ = 1,5		
IM = 1,5		
FG – KJ = 1,5		

Die Differenz zwischen den nach dem zu validierenden Verfahren berechneten und den aufgelisteten Temperaturen darf 0,1 K nicht überschreiten.

Die Differenz zwischen dem nach dem zu validierenden Verfahren berechneten und dem aufgelisteten Wärmestrom darf 0,1 W/m nicht überschreiten.

Temperaturen, in °C		
A: 7,1		B: 0,8
C: 7,9	D: 6,3	E: 0,8
F: 16,4	G: 16,3	
H: 16,8		I: 18,3
Gesamtwärmestrom: 9,5 W/m		

### Allgemeine Kriterien der EN ISO 10211:2007:

- Die prozentuelle Abweichung der berechneten Wärmeströme aus der durchgeführten Berechnung und einer weiteren Berechnung mit doppelter Zellenanzahl muss kleiner als 1% sein.
- Die über alle Bauteiloberflächen gebildete Summe der in den Bauteil eindringenden (positiven) und aus dem Bauteil austretenden (negativen) Wärmeströme, dividiert durch den gesamten, durch den Bauteil fließenden Wärmestrom muss kleiner als 0,0001 sein. Diese Größe wird im Folgenden „Leitwertbezogener Schließfehler“ genannt.





In der nachfolgenden Tabelle sind neben den in dem Prüfreferenzfall angegebenen Vergleichswerten der Temperaturen an ausgewählten Punkten die Ergebniswerte und deren Abweichung von der Vorgabe für mehrere Durchrechnungen mit unterschiedlich feiner Diskretisierung aufgelistet:

	x [mm]	y [mm]	EN10211 T [°C]	Zellenzahl (Zahl d. Bilanzgleichungen)			
				320		640	
			T [°C]	dT	T [°C]	dT	
Punkt A	0.000	47.500	7.1	7.09	0.01	7.07	0.03
Punkt B	500.000	47.500	0.8	0.76	0.04	0.76	0.04
Punkt C	0.000	41.500	7.9	7.92	0.02	7.90	0.00
Punkt D	15.000	41.500	6.3	6.31	0.01	6.28	0.02
Punkt E	500.000	41.500	0.8	0.83	0.03	0.83	0.03
Punkt F	0.000	36.500	16.4	16.42	0.02	16.42	0.02
Punkt G	15.000	36.500	16.3	16.34	0.04	16.34	0.04
Punkt H	0.000	0.000	16.8	16.78	0.02	16.78	0.02
Punkt I	500.000	0.000	18.3	18.33	0.03	18.34	0.04
				<b>Max dT</b>	<b>0.04</b>		<b>0.04</b>
				✓	<b>&lt;0.10</b>	✓	<b>&lt;0.10</b>

**Tab. 3** Vergleich der von Programmpaket Antherm errechneten Ergebnisse mit für den Prüfreferenzfall in der EN ISO 10211:2007 angegebenen Werten.

In allen Punkten liegt die Abweichung weit unterhalb der im Prüfreferenzfall geforderten Grenze von 0,1K.

Die Berechnung des Wärmestroms einschliesslich der Information zur Fehlerabschätzung nach den allgemeinen Kriterien der EN ISO 10211:2007 ist in folgender Tabelle zusammengestellt:

	EN10211	Zellenzahl	
		320	640
Leitwert [W/mK]		0.472614	0.472986
dL			0.000372
dL %	<1%		0.1%
Leitwertbezogener Schließfehler	<0.0001	2.58E-14	4.92E-14
Wärmestrom [W/m] bei dT=20 K	9.5	9.45228	9.45972
dQ	<0.1	0.04772	0.04028

**Tab. 4** Die Berechnung des Wärmestroms sowie die Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 durch den Vergleich der Wärmeströme aus mehreren Durchrechnungen mit jeweils doppelter Zellenzahl.

Die Wärmeströme aus den Rechnungen mit jeweils doppelter Zellenzahl weichen voneinander deutlich weniger als 1% ab.

In allen Fällen liegt der Leitwertbezogene Schließfehler weit unterhalb dem in der EN ISO 10211:2007 genannten Maximalwert von 0,0001.

Die Abweichung des von AnTherm berechneten Wärmestroms vom Vorgabewert der EN ISO 10211:2007 liegt weit unterhalb der für den Prüfreferenzfall festgelegten maximalen Abweichung von 0,1 W/m..

#### Conclusio:

Unter Beachtung der durch die Rundungen bedingten Unsicherheiten besteht **vollständige Übereinstimmung** zwischen den von Programm AnTherm errechneten und den im Prüfreferenzfall 2 der EN ISO 10211:2007 vorgegebenen Werten.

#### Zusätzliche Anmerkungen:

- Die zweidimensionale Berechnung des Wärmedurchganges durch die skizzierte Baukonstruktion wurde über die von Programmpaket Antherm ermittelten thermischen Leitwerte durchgeführt. Der entsprechende Ergebnis-Ausdruck ist im Anhang zu finden.

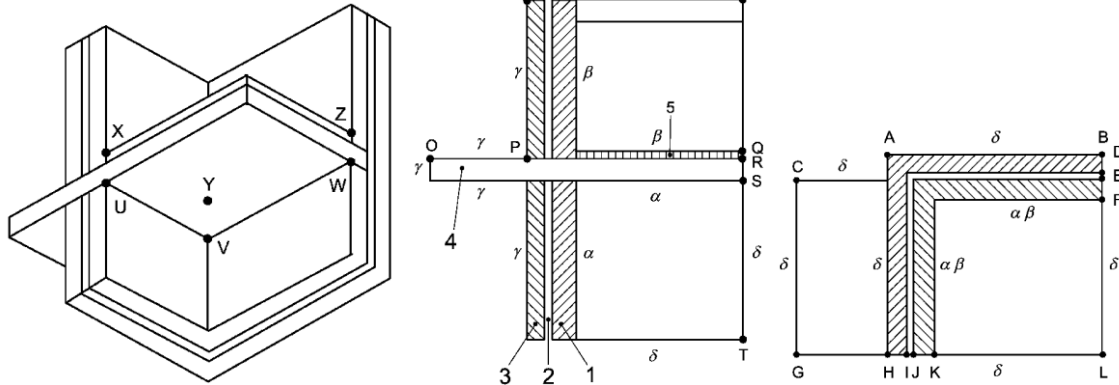
VALIDIERUNG DES PROGRAMMS ANTHERM ALS PRÄZISIONSVERFAHREN DER KLASSE A  
GEMÄß DER EN ISO 10211:2007

- Die Temperaturen in den in der EN ISO 10211 genannten Punkten wurde - analog zu Testreferenzfall 1- durch Verwendung der Programmoption „Probepunkte“ ermittelt. Der erzeugte Programmausdruck mit den Temperaturen an den in der Norm angegebenen Punkten und die errechnete Leitwert-Matrix sind im Anhang dargestellt.
- Zwecks Überprüfung der Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 12.2.5 bzw. A.2 wurden mehrere Berechnungen mit unterschiedlicher Zellenzahl durchgeführt und die Ergebnisse gegenübergestellt.

## Prüferferenzfall 3

### Spezifische Kriterien der EN ISO 10211:2007:

Ein Beispiel für die dreidimensionale Berechnung des Wärmedurchgangs durch eine Baukonstruktion ist wie folgt angegeben:



Maße mm	Wärmeleitfähigkeit W/(m · K)	Randbedingungen
AB = 1 300	1: 0,7	$\alpha$ : 20 °C mit $R_{si} = 0,20 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$
BD = HI = 100	2: 0,04	$\beta$ : 15 °C mit $R_{si} = 0,20 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$
DE = IJ = 50	3: 1,0	$\gamma$ : 0 °C mit $R_{se} = 0,05 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$
EF = JK = 150	4: 2,5	$\delta$ : adiabatisch
FL = KL = 1 000	5: 1,0	
CG = 1 150		
GH = 600		
MP = ST = 1 000		
QR = 50		
RS = 150		
NQ = 950		
OP = 600		

Die niedrigsten Oberflächentemperaturen in den Räumen  $\alpha$  und  $\beta$  werden in den Ecken der beiden Innenräume gemessen (Anmerkung: Angabe der g-Werte).

Raum	Temperaturfaktoren		
	$g_\gamma$	$g_\alpha$	$g_\beta$
$\gamma$	1,000	0,000	0,000
$\alpha$	0,378	0,399	0,223
$\beta$	0,331	0,214	0,455

$$\theta_{\alpha,\min} = 0,378 \times 0 + 0,223 \times 15 + 0,399 \times 20 = 11,32 \text{ °C}$$

$$\theta_{\beta,\min} = 0,331 \times 0 + 0,455 \times 15 + 0,214 \times 20 = 11,11 \text{ °C}$$

Die Differenz zwischen den nach dem zu validierenden Verfahren berechneten und den aufgelisteten niedrigsten Temperaturen an der Innenoberfläche darf 0,1 °C nicht überschreiten:

Die thermischen Leitwerte und die resultierenden Wärmeströme sind vorgegeben durch:

Raum	Thermische Leitwerte (W/K)		
	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$
$\gamma$	–	1,781	1,624
$\alpha$	1,781	–	2,094
$\beta$	1,624	2,094	–

$$\Phi_{\beta,\gamma} = L_{\beta,\gamma} \Delta\theta_{\beta,\gamma} = 1,624 \times (15 - 0) = 24,36 \text{ W}$$

$$\Phi_{\beta,\alpha} = L_{\beta,\alpha} \Delta\theta_{\beta,\alpha} = 2,094 \times (20 - 15) = 10,47 \text{ W}$$

$$\Phi_{\alpha,\gamma} = L_{\alpha,\gamma} \Delta\theta_{\alpha,\gamma} = 1,781 \times (20 - 0) = 35,62 \text{ W}$$

$$\Phi_{\beta,\gamma} + \Phi_{\alpha,\gamma} = 24,36 \text{ W} + 35,62 \text{ W} = 58,98 \text{ W}$$

$$\Phi_{\beta,\gamma} + \Phi_{\beta,\alpha} = 24,36 \text{ W} + 10,47 \text{ W} = 34,83 \text{ W}$$

$$\Phi_{\alpha,\gamma} + \Phi_{\alpha,\beta} = 35,62 \text{ W} - 10,47 \text{ W} = 25,15 \text{ W}$$

Die Differenz zwischen den nach dem zu validierenden Verfahren berechneten und den aufgelisteten Wärmeström-Werten darf 1 % nicht überschreiten.

### Allgemeine Kriterien der EN ISO 10211:2007:

- Die prozentuelle Abweichung der berechneten Wärmeströme aus der durchgeführten Berechnung und einer weiteren Berechnung mit doppelter Zellenanzahl muss kleiner als 1% sein.
- Die über alle Bauteiloberflächen gebildete Summe der in den Bauteil eindringenden (positiven) und aus dem Bauteil austretenden (negativen) Wärmeströme, dividiert durch den gesamten, durch den Bauteil fließenden Wärmestrom muss kleiner als 0,0001 sein. Diese Größe wird im Folgenden „Leitwertbezogener Schließfehler“ genannt.

### Ergebnisse des Programmpakets AnTherm:

Die von Programmpaket Antherm berechnete Temperaturverteilung ist in folgenden Falschfarbenbildern visualisiert

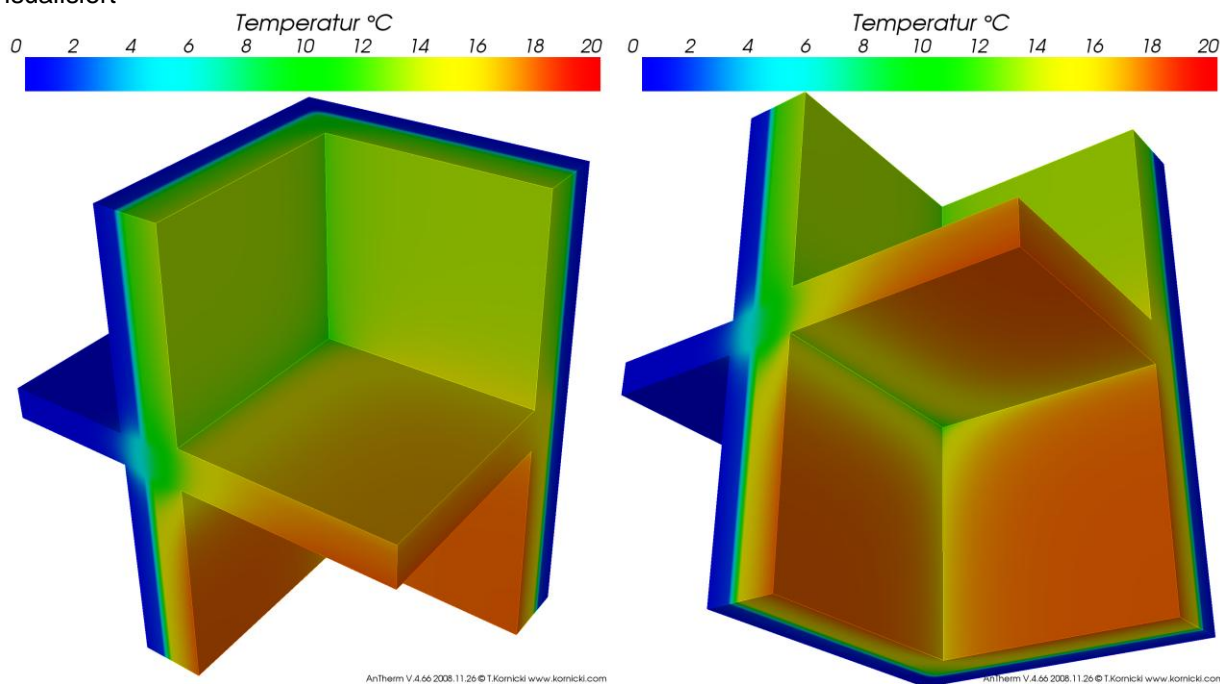


Abb. 4 Falschfarbenbilder zur Darstellung des berechneten Temperaturfeldes.

Eine Möglichkeit der Darstellung der berechneten Temperaturverteilung im Bauteilinneren wird im nachfolgenden Bild mittels einer Temperatur-Isofläche aufgezeigt:

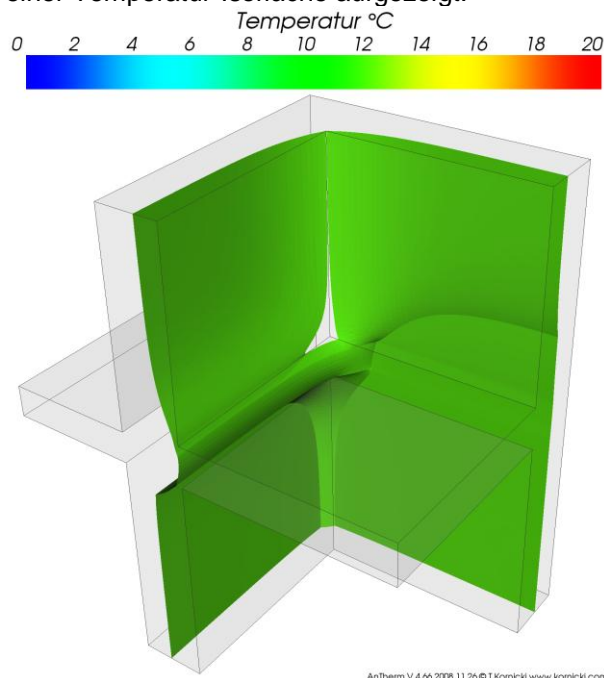


Abb. 5 Temperaturverteilung im Bauteilinneren; die Isofläche entspricht dem Temperaturwert von 17°C

In der nachfolgenden Tabelle sind neben den für den Prüferferenzfall angegebenen Vergleichswerten der Temperaturen an ausgewählten Punkten die Ergebniswerte und deren Abweichung von der Vorgabe für mehrere Durchrechnungen mit unterschiedlich feiner Diskretisierung aufgelistet:

	x [mm]	y [mm]	z [mm]	EN10211 T [°C]	Zellenzahl (Zahl d. Bilanzgleichungen)			
					300000		600000	
					T [°C]	dT	T [°C]	dT
Room 1 (Alpha)	300.000	1000.000	350.000	11.32	11.32	0.00	11.32	0.00
Room 2 (Beta)	300.000	1200.500	350.000	11.11	11.11	0.00	11.11	0.00
					<b>Max dT</b>	<b>0.00</b>		<b>0.00</b>
					✓	<0.10	✓	<0.10

**Tab. 5** Vergleich der von Programmpaket Antherm errechneten Temperaturwerte mit für den Prüferferenzfall in der EN ISO 10211:2007 angegeben Werten.

In beiden Punkten besteht im Rahmen der angegebenen Stellen vollkommene Übereinstimmung zwischen den in der EN ISO 10211 vorgegebenen und den von AnTherm errechneten Werten.

Der Vergleich der g-Werte (Basislösungen) an den kältesten Punkten ist in nachfolgender Tabelle dargestellt:

g-Werte				g-Wert Abweichung zu EN 10211			
EN10211	Gamma	Alpha	Beta				
g-Gamma	1.000	0.378	0.331				
g-Alpha	0.000	0.399	0.214				
g-Beta	0.000	0.223	0.455				
Summe	1.000	1.000	1.000				
				Soll: < 0.005 (0.1K/20K)			
300000	Gamma	Alpha	Beta	Abw. EN10211	Gamma	Alpha	Beta
g-Gamma	0.99986	0.37837	0.33031	g-Gamma	0.00014	0.00037	0.00069
g-Alpha	0.00008	0.39819	0.21276	g-Alpha	0.00008	0.00081	0.00124
g-Beta	0.00006	0.22344	0.45693	g-Beta	0.00006	0.00044	0.00193
Summe	1.00000	1.00000	1.00000				
600000	Gamma	Alpha	Beta	Abw. EN10211	Gamma	Alpha	Beta
g-Gamma	0.99987	0.37809	0.33004	g-Gamma	0.00013	0.00009	0.00096
g-Alpha	0.00007	0.39849	0.21270	g-Alpha	0.00007	0.00051	0.00130
g-Beta	0.00006	0.22342	0.45726	g-Beta	0.00006	0.00042	0.00226
Summe	1.00000	1.00000	1.00000				

**Tab. 6** Vergleich der von Programmpaket Antherm errechneten g-Werte mit für den Prüferferenzfall in der EN ISO 10211:2007 angegeben Werten.

In allen Fällen liegt die Abweichung der g-Werte weit unterhalb der Grenze von 0.005 = 0,1 K/20,0 K.

Die Berechnung des Wärmestroms einschliesslich der Information zur Fehlerabschätzung nach den allgemeinen Kriterien der EN ISO 10211:2007 ist in folgender Tabelle zusammengestellt:

			Zellenzahl	
		EN10211	300000	600000
Beta,Gamma	Leitwert [W/K]	1.624	1.622268	1.623106
	dL			0.000838
	dL %	<1%		0.05%
	Leitwertbezogener Schließfehler	<0.0001	1.45E-09	1.48E-10
	dT [K]	15		
	Wärmestrom [W]	24.36	24.33402	24.34659
	dQ		0.02598	0.01341
	dQ %	<1%	0.11%	0.06%
Beta,Alpha	Leitwert [W/K]	2.094	2.091757	2.092617
	dL			0.00086
	dL %	<1%		0.04%
	Leitwertbezogener Schließfehler	<0.0001	1.44E-09	1.05E-10
	dT [K]	5		
	Wärmestrom [W]	10.47	10.458785	10.463085
	dQ		0.011215	0.006915
	dQ %	<1%	0.11%	0.07%
Alpha,Gamma	Leitwert [W/K]	1.781	1.778461	1.779596
	dL			0.001135
	dL %	<1%		0.06%
	Leitwertbezogener Schließfehler	<0.0001	1.45E-09	1.48E-10
	dT [K]	20		
	Wärmestrom [W]	35.62	35.56922	35.59192
	dQ		0.05078	0.02808
	dQ %	<1%	0.14%	0.08%
Beta,Gamma +	Wärmestrom [W]	59.98	59.90324	59.93851
	dQ		0.07676	0.04149
	Alpha,Gamma	dQ %	<1%	0.13%
Beta,Gamma +	Wärmestrom [W]	34.83	34.792805	34.809675
	dQ		0.037195	0.020325
	Beta,Alpha	dQ %	<1%	0.11%
Alpha,Gamma +	Wärmestrom [W]	25.15	25.110435	25.128835
	dQ		0.039565	0.021165
	Alpha,Beta	dQ %	<1%	0.16%

**Tab. 7** Die Berechnung des Wärmestroms sowie die Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 durch den Vergleich der Wärmeströme aus mehreren Durchrechnungen mit jeweils doppelter Zellenzahl.

Die prozentuelle Abweichung der Leitwerte und der Wärmeströme aus den Rechnungen mit jeweils verdoppelter Zellenanzahl und von den mit einfacher Zellenanzahl gerechneten Werten liegt deutlich unter 1%.

In allen Fällen liegt der leitwertbezogene Schließfehler um Größenordnungen unterhalb des in der EN ISO 10211:2007 genannten Maximalwerts von 0,0001.

Die prozentuelle Abweichung des berechneten Werts des Wärmestroms von dem in der EN ISO 10211:2007 vorgegebenen Wert ist generell kleiner 1%. Die Anforderung der EN ISO 10211:2007 ist somit erfüllt.

Folgende Tabelle liefert die Aussage über die Genauigkeit der berechneten Werte der Leitwertmatrix:

Thermische Leitwerte (W/K)				Abweichung der Leitwerte von EN10211				Abweichung in % zu EN10211			
EN10211	Gamma	Alpha	Beta					Soll: <1%			
Gamma		1.781	1.624								
Alpha	1.781		2.094								
Beta	1.624	2.094									
300000	Gamma	Alpha	Beta	Abw.	Gamma	Alpha	Beta	Abw %	Gamma	Alpha	Beta
Gamma		1.778461	1.622268	Gamma		0.002539	0.001732	Gamma	0.14%	0.14%	0.11%
Alpha	1.778461		2.091757	Alpha	0.002539		0.002243	Alpha	0.14%		0.11%
Beta	1.622268	2.091757		Beta	0.001732	0.002243		Beta	0.11%	0.11%	
600000	Gamma	Alpha	Beta	Abw.	Gamma	Alpha	Beta	Abw %	Gamma	Alpha	Beta
Gamma		1.779596	1.623106	Gamma		0.001404	0.000894	Gamma	0.08%	0.08%	0.06%
Alpha	1.779596		2.092617	Alpha	0.001404		0.001383	Alpha	0.08%		0.07%
Beta	1.623106	2.092617		Beta	0.000894	0.001383		Beta	0.06%	0.07%	
Abweichung zwischen zwei Durchrechnungen	Abw.	Gamma	Alpha	Beta	Soll: <1%						
	Gamma		0.001135	0.000838							
	Alpha	0.001135		0.00086							
	Beta	0.000838	0.00086								
Abw %	Gamma	Alpha	Beta	Soll: <1%							
Gamma		0.06%	0.05%								
Alpha	0.06%		0.04%								
Beta	0.05%	0.04%									

**Tab. 8** Die Berechnung der Leitwertmatrizen sowie die Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 durch den Vergleich der Leitwerte aus mehreren Durchrechnungen mit jeweils doppelter Zahl der Zellen.

Die prozentuelle Änderung der Leitwerte bei den Berechnungen mit jeweils doppelter Zellenanzahl und jener aus den Berechnungen mit einfacher Zellenanzahl liegt generell deutlich unter dem vorgegebenen Grenzwert von 1%.

Die Abweichungen der berechneten Leitwerte von den in der EN ISO 10211:2007 vorgegebenen Leitwerten liegen weit unterhalb der für den Prüferferenzfall angegebenen Obergrenze von 1%.

#### Conclusio:

Unter Beachtung der durch die Rundungen bedingten Unsicherheiten besteht **vollständige Übereinstimmung** zwischen den von Programm AnTherm errechneten und den im Prüferferenzfall 3 der EN ISO 10211:2007 vorgegebenen Werten

#### Zusätzliche Anmerkungen:

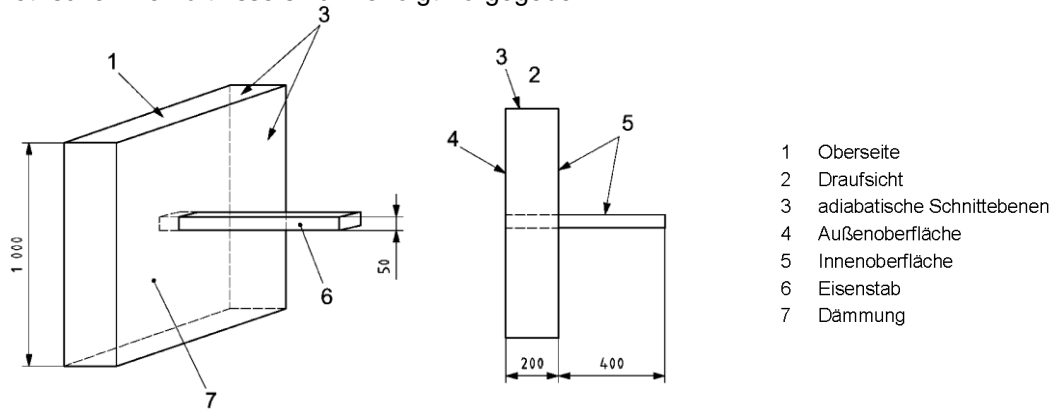
- Die dreidimensionale Berechnung der Wärmeströme zwischen Außenraum und den beiden Innenräumen, die durch die skizzierte Baukonstruktion thermisch verbunden sind, wurde über die von Programmpaket Antherm errechnete Matrix der thermischen Leitwerte durchgeführt. Der von AnTherm erzeugte Programmausdruck mit der rechnerisch ermittelten Leitwert-Matrix ist im Anhang dargestellt.
- Die Temperaturen in den in der EN ISO 10211 genannten Punkten wurden - analog zu den Testreferenzfällen 1 und 2 - durch Verwendung der Programmoption „Probepunkte“ ermittelt. Die der Tabelle zugrunde liegenden Antherm-Ergebnisausdrucke sind in Anhang zu finden.
- Zwecks Überprüfung der Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 12.2.5 bzw. A.2 wurden mehrere Berechnungen mit unterschiedlicher Zellenzahl durchgeführt und die Ergebnisse gegenübergestellt.



## Prüferferenzfall 4

### Spezifische Kriterien der EN ISO 10211:2007:

Die Auswirkung einer Durchdringung einer Dämmstoffschicht durch einen metallischen Stab auf die Temperaturverteilung und den Wärmestrom ist in dreidimensionaler Modellierung zu quantifizieren. Die geometrischen Verhältnisse sind wie folgt vorgegeben:



Maße mm	Wärmeleitfähigkeit W/(m · K)	Randbedingungen
Dämmung: 1 000 × 1 000 × 200	Dämmung: 0,1 W/(m · K)	Innen: 1 °C mit $R_{si} = 0,10 \text{ m}^2 \cdot \text{KW}$
Eisenstab: 600 × 100 × 50	Eisenstab: 50 W/(m · K)	Außen: 0 °C mit $R_{se} = 0,10 \text{ m}^2 \cdot \text{KW}$
		Schnittebenen: adiabatisch

Die Differenz zwischen den nach dem zu validierenden Verfahren berechneten und der vorgegebenen höchsten Temperatur an der äußeren Oberfläche darf 0,005 K nicht überschreiten.

Die prozentuelle Abweichung zwischen den nach dem zu validierenden Verfahren berechneten und dem aufgelisteten Wärmestrom darf 1 % nicht überschreiten.

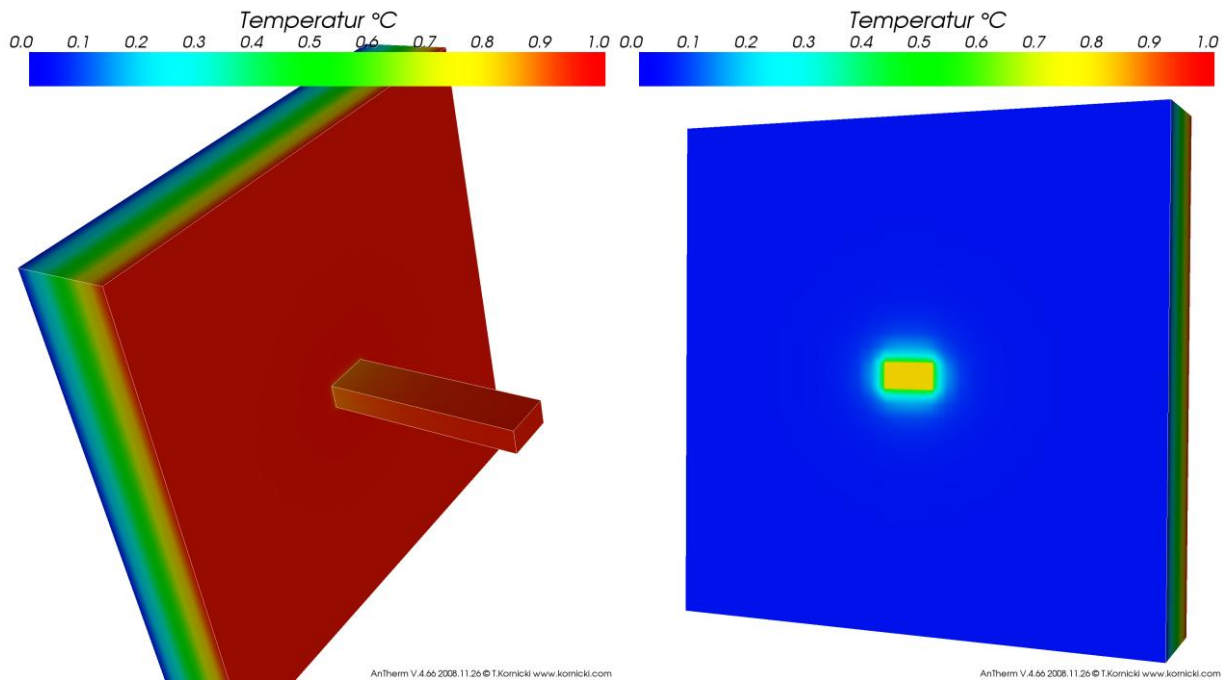
Wärmestrom	0,540 W
Höchste Oberflächentemperatur an der Außenseite	0,805 °C

### Allgemeine Kriterien der EN ISO 10211:2007:

- Die prozentuelle Abweichung der berechneten Wärmeströme aus der durchgeführten Berechnung und einer weiteren Berechnung mit doppelter Zellenanzahl muss kleiner als 1% sein.
- Die über alle Bauteiloberflächen gebildete Summe der in den Bauteil eindringenden (positiven) und aus dem Bauteil austretenden (negativen) Wärmeströme, dividiert durch den gesamten, durch den Bauteil fließenden Wärmestrom muss kleiner als 0,0001 sein. Diese Größe wird im Folgenden „Leitwertbezogener Schließfehler“ genannt.

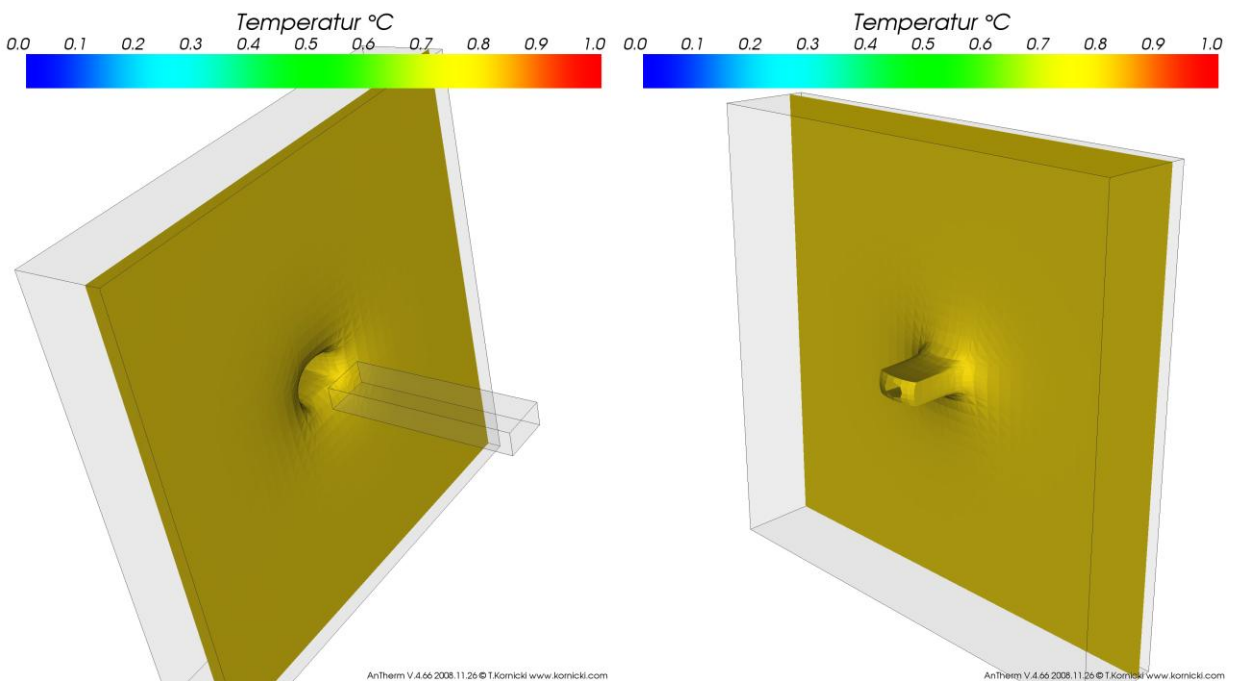
**Ergebnisse des Programmpakets AnTherm:**

Die von Programm Pakete Antherm berechnete Temperaturverteilung wird durch folgende Falschfarbenbilder visualisiert:



**Abb. 6** Falschfarbenbilder des berechneten Temperaturfeldes.

Eine Darstellungsmöglichkeit für die Temperaturverteilung im Bauteilinneren zeigt das nachfolgende Bild in Form einer Temperatur-Isfläche:



**Abb. 7** Temperaturverteilung im Bauteilinneren; die Isfläche entspricht dem Temperaturwert von 0,807 °C

In der nachfolgenden Tabelle ist neben dem für den Prüferferenzfall vorgegebenen Wert der maximalen Temperatur an der äußeren Oberfläche und dem Wärmestrom bei 1,0 K Temperaturdifferenz die von AnTherm errechneten Werte sowie deren Abweichung von den Soll-Werten angegeben.

Die Information zur Abschätzung des Diskretisierungsfehlers nach den allgemeinen Kriterien der EN ISO 10211:2007 ist hier ebenfalls zusammengestellt:

	EN10211	Zellenzahl	
		17000	34000
Leitwert [W/K]		0.537682	0.53806
dL			0.000378
dL %	<1%		0.1%
Leitwertbezogener Schließfehler	<0.0001	1.59E-10	2.90E-10
Wärmestrom [W] bei dT=1 K	0.540	0.537682	0.53806
dQ		0.002318	0.00194
dQ %	<1%	0.43%	0.36%
T [°C]	0.805	0.808	0.808
dT	<0.005	0.003	0.003

**Tab. 9** Vergleich der von Programmpaket Antherm errechneten Wärmeströme und Temperaturwerte mit den für den Prüferferenzfall in der EN ISO 10211:2007 angegebenen Werten; Abschätzung des Diskretisierungsfehlers mittels einer zweiten Durchrechnungen mit doppelter Zellenanzahl.

Die Leitwerte und die Wärmeströme aus der Rechnung mit doppelter Zellenanzahl unterscheiden sich von jenen aus der Durchrechnung mit einfacher Zellenanzahl um deutlich weniger als 1%.

Der leitwertbezogene Schließfehler ist um Größenordnungen kleiner als der durch die EN ISO 10211:2007 festgesetzte Maximalwert von 0,0001.

Die prozentuelle Abweichung des berechneten Wärmestroms von dem Vorgabewert liegt weit unterhalb von 1%. Die Anforderung der EN ISO 10211:2007 ist somit erfüllt.

Die Abweichung der von AnTherm errechneten Temperatur am wärmsten Punkt der Außenseite von dem in der EN ISO 10211:2007 genannten Soll-Wert liegt mit 0,003 K deutlich unterhalb der für den Prüferferenzfall geforderten Grenze von 0,005 K.

#### Conclusio:

Unter Beachtung der durch die Rundungen bedingten Unsicherheiten besteht **vollständige Übereinstimmung** zwischen den von Programm AnTherm errechneten und den im Prüferferenzfall 4 der EN ISO 10211:2007 vorgegebenen Werten

#### Zusätzliche Anmerkungen:

- Die Temperatur des in der EN ISO 10211 genannten wärmsten Punktes der Außenseite wurde aus dem Ergebnisausdruck abgelesen. Die der Tabelle zugrunde liegenden Antherm-Ergebnisausdrucke sind in Anhang zu finden.
- Zwecks Überprüfung der Fehlerabschätzung nach EN ISO 10211:2007 12.2.5 bzw. A.2 wurden mehrere Berechnungen mit unterschiedlicher Zahl der Zellen durchgeführt und die Ergebnisse gegenübergestellt.
- In den uns vorliegenden Vorgaben forderte die Norm die Angabe der höchsten Temperatur der Außenseite, allerdings wurde im Text „niedrigste“ anstelle „höchste“ ausgedrückt. Aus diesem Grund wurde ein entsprechender Einspruch bei der CEN-Arbeitsgruppe (ÖN FNA 175), die die EN ISO 10211 überarbeitet, eingebracht.

## Weitere Hinweise

<http://www.kornicki.com/antherm>  
<http://www.kornicki.de/antherm>  
<http://www.kornicki.at/antherm>  
<http://waermebruecken.kornicki.at>